Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 9 - Derivadas (segunda parte)

Otoño 2018 - ITAM

1. La gráfica de la función cuadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$ pasa por el punto $P(1{,}3)$ y es tangente a la recta $y = 2x$ en el origen. Determina a, b y c. (Traza)

2. A partir de la definición de derivada obtén $f'(x_0)$ si:
$f(x) = \begin{cases} 6\sqrt{x} & \text{si} \quad x \in (0,9) \\ x+9 & \text{si} \quad x \in [9,12) \end{cases} \qquad x_0 = 9$

3. Sea $f(x) = h(x^2 g^2(x))$. Supón que $g(2) = 3$, $g'(2) = 4$ y que h es diferenciable en 36. Determina $h'(36)$ si sabes que $f'(2) = 12$.

4. Enuncia dos presentaciones del TVM de Lagrange. Ilustra la forma "cociente" y explícala.

5. Sea $f : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$ continua en $[0,1]$ y diferenciable en $(0,1)$. Supón que $f(0) = 1$ y que $f'(x) \geq 3 \quad \forall x \in (0,1)$. Prueba que existe un único punto $c \in (0,1)$ tal que $f(c) = \frac{7}{2}$. (Usa el TVM y el TVI)

6. Supón que $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ es dos veces diferenciable y que f tiene tres raíces $c_1 < c_2 < c_3$ en $[a,b]$. Prueba que f' tiene dos raíces $d_1 \in (c_1, c_2)$ y $d_2 \in (c_2, c_3)$ y que f'' tiene una raíz $e \in (d_1, d_2)$. (Generalización del Teorema de Rolle)

7. Sea $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ continua en $[a,b]$ y diferenciable en (a,b). Supón que $f'(x) \neq 0$ $\forall x \in (a,b)$. Prueba que f es inyectiva, es decir, si $c \neq d$ en $[a,b]$, entonces $f(c) \neq f(d)$.