

Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 7 - (Repaso general - Segunda parte)

Otoño 2018 - ITAM

1. Obtén $Dom(h)$ si $h(x) = f(|x - 3| + 7)$ y $Dom(f) = (-2, 1]$
2. Determina la regla de $g \circ f$ y la de $f \circ g$ si:
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ -x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} \sqrt{-x^3} & \text{si } x \leq 0 \\ -\frac{1}{2x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$
3. Calcula
a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2 - \sqrt{x + 2}}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} - |x|}{3x}$
4. Prueba formalmente (ϵ, δ) que:
a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4}{x^2 + 5x + 6} = 0$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^2 + 3} = 2$
5. Sea: $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ continua. Prueba que $\exists c \in [0, 1]$ tal que $f(c) = \sqrt{1 - c}$
6. Sea: $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Prueba que $\exists c \in [a, b]$ tal que $f(c) = \frac{f(a) + f(b)}{2}$ y $\exists \tilde{c} \in [a, b]$ tal que $f(\tilde{c}) = \frac{2}{3}f(a) + \frac{1}{3}f(b)$.
7. Sea: $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ continua. Prueba: $\exists c \in [0, 1]$ tal que $f(c) = f(c^2)$