

Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 5 - Repaso general (Primera parte)

Otoño 2018 - ITAM

1. Resuelve

a) $x + \frac{1}{x} \geq 2$

b) $\frac{1-|1-x|}{|x-2|-2} < 1$

c) $|x-3|-2|x-1| \leq 1$

d) $|x^2-1| > 3$

e) $|\frac{1}{x}-1| < \frac{1}{10}$

f) $|\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}| \leq 1$

2. Halla $dom(h)$ en:

a) $h(x) = \sqrt{\frac{x^2+4x+3}{1-x^2}}$

b) $h(x) = g\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$ y $dom(g) = (0, 1)$

3. Calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{4-x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{27-x^3}{\sqrt{2x+3}-3}$

c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x^3+1|}{|1-x^2|}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} |x| \sqrt{\frac{2x^5+x^3}{4x^5}}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} |x| - \sqrt{x^2-1}$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} \sqrt{x^2-x}$

4. Prueba rigurosamente que:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} -x^2+3x+2 = -2$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x^2+1}{2x} = \frac{5}{4}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{5x-6} = 2$

5. Supón que g es continua en l_0 , y que $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_0$. Prueba que $\lim_{x \rightarrow x_0} g(f(x)) = g(l_0)$

6. Supón que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{x^2} = 1$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$. Determina $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$. (Sugerencia: $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(x)}{x^2} \cdot \frac{x^2}{g(x)}$)

7. Supón que $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ son continuas y que $Im(f)$ es un subconjunto de $Im(g)$. Prueba que $\exists c \in [a, b]$ tal que $f(c) = g(c)$. (Usa el teorema MIN-MAX de Weierstrass y el TVI)