Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 4 - Límites (Segunda parte)

Otoño 2018 - ITAM

1. Prueba formalmente (ϵ, δ) que los siguientes límites existen:

   a) $\lim\limits_{x \to -1^+} \frac{\sqrt{|1-x^2|}}{\sqrt{x+1}}$

   b) $\lim\limits_{x \to 3^-} \frac{|x^2-9|}{x^2-5x+6}$

2. Aplicación del teorema de la compresión (”sándwich”)

   a) Supón que f satisface $|f^5(x)+32|< 3|x+2|$ $\forall x \neq -2$. Prueba que $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$ existe y calcula su valor.

   b) Supón que $f(x) = \frac{(x-x_0)^2}{g(x)}$ y que $|g(x)|\geq \frac{1}{2}$ $\forall x \neq x_0$. Prueba que $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ existe y calcula su valor.

   c) Supón que $\lim\limits_{x \to \infty} h(x) = \infty$ y que $|f(x)|\leq 1$ $\forall x > p$ para algún $p \in \mathbb{R}$. Determina $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{h(x)}$

3. Determina el valor de a,b,c,d para que la función f dada por:

$$f(x) = \begin{cases} d & \text{si } x \in (-\infty, -5] \\ -x-c & \text{si } x \in (-5, -2) \\ \sqrt{b-x^2} & \text{si } x \in [-2, 2) \\ x-a & \text{si } x \in [2, 5) \\ 3 & \text{si } x \in [5, \infty) \end{cases}$$

   Sea continua en $x_0 = -5$, $x_1 = -2$, $x_2 = 2$, $x_3 = 5$
   Traza la gráfica final.

4. Calcula

   a) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{-x+\sqrt{-x}}-\sqrt{-x-\sqrt{-x}}}{\sqrt{-x}}$

   b) $\lim\limits_{x \to 0^+} \left(\frac{1}{x^{1/3}} - \frac{1}{x^{1/3}}\right)$