

Cálculo Diferencial e Integral I
Departamento de Matemáticas, ITAM
Primer Examen Departamental
Sábado 10 de marzo del 2018



Nombre y cu: _____

1	2	3a	3b	3c	3d	4	5a	5b	6a	6b	Total

.....

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas
Usa el reverso de cada hoja si es necesario
Tiempo: 2:00 horas

.....

1. [1 pto.] Obtén el conjunto solución de la siguiente desigualdad

$$x \leq \frac{2}{x-1}.$$

2. [1 pto.] Supón que $h(x) = g(x^2 - 3x)$ y que $\text{Dom}(g) = [-2, 4)$. Determina $\text{Dom}(h)$.

3. Obtén los siguientes límites.

a) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\sqrt{1+x}} - 1}{x}$.

b) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{3 - \sqrt{x}}{|81 - x^2|}$.

c) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$.

d) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \text{sen}(2x)}{\cos(3x) + 4x}$.

4. [0.5 pts.] Supón que g es una función que satisface: $\left| \frac{2 - g(x)}{x^2} \right| \leq 3$ para todo $x \neq 0$. Prueba que $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ existe.

5. a) [0.25 ptos.] Escribe la definición formal correspondiente a la afirmación

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell.$$

- b) [1.5 ptos.] Prueba rigurosamente (ε y δ) que la función $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ es continua en $x_0 = 1$.

6. a) [0.25 ptos.] Enuncia con cuidado el Teorema del Valor Intermedio (TVI).
- b) [1.5 ptos.] Sea $f : [-1, 1] \rightarrow [0, 1]$ una función continua. Prueba con detalle que existen $c_1 \neq c_2$ en $[-1, 1]$ tales que $f(c_i) = 2c_i^2 - 1$ ($i = 1, 2$).
NO OMITAS HIPÓTESIS RELEVANTES.

Hoja extra