

Cálculo Diferencial e Integral I
Departamento de Matemáticas, ITAM
Primer Examen Departamental
Primavera 2017



Nombre y cu: _____

1	2	3a	3b	3c	3d	4a	4b	5a	5b	6	Total

.....

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas
Usa el reverso de cada hoja si es necesario
Tiempo: 2:00 horas

.....

1. [1 pto.] Determina el conjunto solución de la desigualdad

$$\left| \frac{2x}{x^2 + 9} \right| < \frac{1}{3}.$$

2. [1 pto.] Supón que $\text{Dom}(f) = (0, 2)$. Determina el dominio de

$$g(x) = f(|x - 2| - 2).$$

3. Calcula los siguientes límites si existen. En caso negativo determina si los límites laterales existen (finitos o infinitos). ¡Justifica donde sea apropiado!

a) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{|4 - x^2|}$.

b) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x\sqrt{1+x}} - \frac{1}{x} \right)$.

c) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{-1} \cdot \sqrt{1 - x + 4x^2}$.

d) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow 0^-} x^3 \cdot \sqrt{\frac{9}{x^6} - 1}$.

4. a) [0.5 ptos.] Enuncia la definición formal correspondiente a la afirmación

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell.$$

- b) [1 pto.] Prueba rigurosamente (ε y δ) que $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 1}$ es continua en $x_0 = 1$.

5. a) [0.5 ptos.] Enuncia con detalle, sin omitir hipótesis ni conclusión, el teorema de Bolzano.
- b) [1 pto.] Sea $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ continua. Prueba que existe $c \in [0, 1]$ tal que $f(c) - c^3 = 1 - 2c$.

6. [1 pto.] Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función tal que $1 \leq f(z) \leq 2$ para toda z positiva. Calcula

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(4x) + 3x}{2x + f(x)}.$$

Justifica tu respuesta.

Hoja extra