

Cálculo Diferencial e Integral I
Departamento de Matemáticas, ITAM
Segundo Examen Departamental
Sábado 5 de mayo del 2018



Nombre y cu: _____

1	2	3a	3b	4a	4b	5	6	7	8a	8b	Total

.....

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas
Usa el reverso de cada hoja si es necesario
Tiempo: 2:00 horas

.....

1. [1 pto.] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^2(3x)}{9x^2 + 2x^3}$.

2. [1 pto.] A partir de la definición obtén $f'(0)$ si

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x = 0; \\ \frac{\cos(x) - 1}{\tan(x)}, & \text{si } x \neq 0. \end{cases}$$

3. Sea $h(x) = (3f \circ g^2)(x)$. Supón que $g(1) = g'(1) = g''(1) = 2$, $f'(4) = 5$ y $f''(4) = 6$.

a) [0.5 ptos.] Calcula $h'(1)$.

b) [0.5 ptos.] Calcula $h''(1)$.

4. a) [0.5 ptos.] Enuncia con cuidado el Teorema del Valor Medio (TVM).
- b) [1 pto.] Sean $f, g : [a, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ continuas en $x = a$ y diferenciables en (a, ∞) . Supón que $f(a) \leq g(a)$ y que $f'(c) \leq g'(c)$ para todo $c \in (a, \infty)$. Prueba que $f(x) \leq g(x)$ para todo $x \in (a, \infty)$. *Incluye las hipótesis necesarias.*

5. [1 pto.] La elipse $x^2 + 4xy + 12y^2 = 25$ tiene dos rectas tangentes paralelas a $x + 2y - 5 = 0$. Determina los puntos de tangencia y la ecuación correspondiente de cada recta.

6. [1 pto.] Un punto P se mueve sobre la curva $y = \sqrt{x^2 - 4}$ en el plano xy donde $x \geq 2$. La abcisa de P se desplaza a razón de 5 unidades por segundo ¿Con qué rapidez cambia la ordenada de P cuando $x = 3$?

7. [2 ptos.] Traza con detalle y precisión la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 6x + 6}{x + 1}.$$

Incluye toda la información relevante: dominio, imagen, intervalos de crecimiento y decrecimiento, intervalos de concavidad y convexidad. Coordenadas de todos los puntos críticos y asíntotas.

8. Definimos $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ como sigue:

$$\begin{cases} x^2 + 2x, & \text{si } x \in [0, 1); \\ x^2 - 6x + 8, & \text{si } x \in [1, 4]. \end{cases}$$

- a) [0.5 ptos.] Prueba que f es continua en $[0, 4]$.
- b) [1 pto.] Determina todos los valores extremos de f en $[0, 4]$.

Hoja extra