

Cálculo Diferencial e Integral I
Departamento de Matemáticas, ITAM
Segundo Examen Departamental
Otoño 2016



Nombre y cu: _____

1	2a	2b	2c	2d	3	4	5a	5b	5c	6	7	Total

.....

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas
Hojas extras al final
Tiempo: 2:00 horas

.....

1. [0.5 ptos.] Calcula el límite $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\text{sen } \theta}{\theta + \tan \theta}$ (no usar regla de L'Hôpital).

2. Calcula según se indica. No es necesario simplificar.

a) [0.5 ptos.] Derivada de $y = \sqrt{3x^2 - 2x}(2x + 1)^3$.

b) [0.5 ptos.] Derivada de $y = \tan\left(\frac{2x}{\cos(2 - 3x^2)}\right)$.

c) [0.5 ptos.] $(g^2 \circ f + g \circ f^2)'(3)$ si $f(3) = f'(3) = 1$ y $g(1) = g'(1) = 4$.
Nota: g^2 es el cuadrado de la función y \circ denota composición.

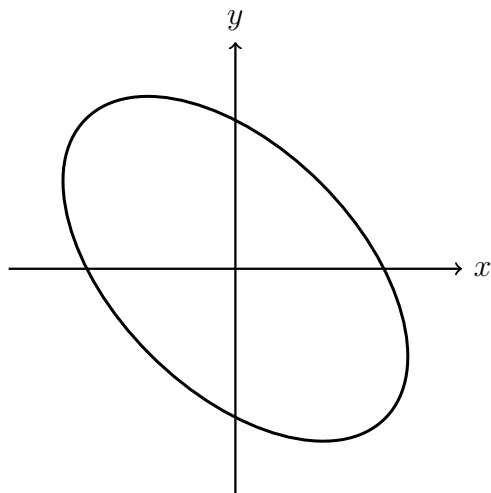
d) [0.5 ptos.] Ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $y = x \cos x$ en $(\pi, -\pi)$.

3. [1.0 ptos.] Sea $f(x) = x + \sqrt{|x - 2|}$. Usa la definición de derivada para determinar si f es diferenciable o no en $x = 2$.

4. [1.0 ptos.] Determina el máximo y el mínimo global de la función $f(x) = x + \sqrt{|x - 2|}$ en el intervalo $[-2, 6]$. **Nota:** no es necesario repetir los cálculos del problema 3.

5. Supón que $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ es una función continua en $[0, 1]$ y diferenciable en $(0, 1)$. Además, $f(0) = 1$ y $f'(x) \geq 2$ para todo x en $(0, 1)$.
- a) [1.0 ptos.] Usa el TVM para probar que $f(x) \geq 1 + 2x$ para todo x en $[0, 1]$.
 - b) [0.5 ptos.] Usa el TVI para probar que existe *al menos* una c en $(0, 1)$ tal que $f(c) = 2$.
 - c) [0.5 ptos.] Usa el teorema de Rolle para probar que *a lo más* hay una c en $(0, 1)$ tal que $f(c) = 2$.

6. [1.5 ptos.] Usa diferenciación implícita para determinar las coordenadas del punto más alto y del punto más bajo en la elipse $x^2 + xy + y^2 = 1$.



7. [2.0 ptos.] Sea $f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$. Contesta los siguientes incisos en el orden dado. Los incisos deben estar claramente marcados en tu respuesta. Si algún elemento no existe dilo explícitamente con la justificación adecuada.
- a) da el dominio de f .
 - b) da los cruces con los ejes y simetría con respecto al eje y o con respecto al origen (si alguna) de f .
 - c) calcula primera y segunda derivada de f .
 - d) da los intervalos donde f es estrictamente creciente (\nearrow) o estrictamente decreciente (\searrow).
 - e) da los intervalos donde f es convexa (\smile) o cóncava (\frown).
 - f) da los puntos críticos y extremos locales de f .
 - g) da los puntos de inflexión de f .
 - h) detalla comportamiento asintótico, si alguno.
 - i) dibuja la gráfica de f . Tu gráfica, además de bien etiquetada, debe exhibir *claramente* los atributos que decides en los incisos anteriores.

Hoja extra

Hoja extra