

Cálculo Diferencial e Integral I
Departamento de Matemáticas, ITAM
Primer Examen Departamental
Otoño 2016



Nombre y cu: _____

1	2	3a	3b	3c	3d	4	5a	5b	5c	6a	6b	Total

.....

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas
Hoja extra al final
Tiempo: 2:00 horas

.....

1. [1 pto.] Supón que $f(x) = \frac{1}{x-1}$ y $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. Determina, si los hay, todos los puntos del dominio de $f \circ g$ tales que $|(f \circ g)(x)| \leq 3$.

2. [1 pto.] Resuelve la desigualdad $\left| \frac{1}{|x|} - 2 \right| < 1$.

3. Calcula los siguientes límites si existen. En caso negativo determina si los límites laterales existen (finitos o infinitos). ¡Justifica donde sea apropiado!

a) [1 pto.] $\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{1}{t\sqrt{1+t}} - \frac{1}{t} \right)$.

b) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{|x^2-1|}$.

c) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \sqrt{\frac{9x^2}{4x^4 - x^3}}$.

d) [1 pto.] $\lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{t} - \sqrt{t+2})$.

4. [1 pto.] Supón que una función $y = f(x)$ satisface que

$$x - |1 - x| \leq (f(x))^3 + 9 \leq |2x - 2| + x^2$$

para toda $x \neq 1$. Prueba que $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ existe. Justifica.

5. a) [0.5 pts.] Escribe la definición formal de $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$.
- b) [0.5 pts.] Prueba que si $|x - 1| < 1/2$ entonces $|x - 2| < 3/2$ y $|x - 3| > 3/2$.
- c) [0.5 pts.] Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 3}$ y demuestra tu cálculo vía la definición $\varepsilon - \delta$.

6. a) [1 pto.] Encuentra, si los hay, todos los posibles valores de a para los cuales la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & \text{si } x \leq -1; \\ \frac{x+2-x^2}{2x+2}, & \text{si } x > -1. \end{cases}$$

sea continua en $x = -1$. Si f es continua en $x = -1$ para algún valor a , dibuja la correspondiente gráfica.

- b) [0.5 ptos.] ¿Es f continua en $(-1, \infty)$? Justifica tu respuesta.

Hoja extra