

# Cálculo Diferencial e Integral 1

## Laboratorio 12

### Repaso general, Primera parte

Primavera 2018 - ITAM

1. Calcula:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x \csc(x)}$

b)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 + \cos(\pi + h)}{h}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - \sin(x)}{x^2 \sin(x)}$

2. Calcula directamente de la definición:

a)  $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$  y  $x_0 = 1$

b)  $f(x) = \sqrt{4 + \sqrt{x}}$  y  $x_0 = 25$

3. Determina  $a$  y  $b$  de tal modo que  $P_0 = (1, 1)$  pertenece a la curva  $4x^2 + ay^2 = b$  y que la recta normal a través de  $P_0$  sea  $4y - 3x = 1$

4. Prueba que la recta normal a través del punto  $(x_0, \sqrt{4 - x^2})$  pasa por el origen  $\forall x_0 \in (-2, 2)$  DIBUJA

5. Prueba que si  $-\pi/2 < a < b < \pi/2$  entonces  $|b - a| \leq |\tan(b) - \tan(a)|$

6. Prueba que si  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  es continua en  $[0, 2]$ , diferenciable en  $(0, 2)$ ,  $f(2) = 3$  y  $f'(c) \geq 2 \forall c \in (0, 2)$ . Prueba que  $f$  tiene una única raíz (TVM + TVI)

7. Prueba que la elipse:  $9x^2 + 4y^2 = 25$  y la hipérbola:  $16y^2 - 9x^2 = 20$  tienen tangentes perpendiculares en los puntos en común