

Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 7 - El límite trigonométrico básico y algunas consecuencias

Primavera 2018 - ITAM

1. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\text{sen}(ax)}{bx}$ ($b \neq 0$)

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\text{sec}(x)}{\tan(x)}$

c) $\lim_{w \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(w^2+w)}{w}$

d) $\lim_{z \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan(z)-1}{z-\frac{\pi}{4}}$

e) $\lim_{w \rightarrow 0} \frac{\tan(2w)}{3w+4w^2}$

f) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\text{sec}(z)-1}{\tan^2(z)}$

2. Pon tu calculadora en modo de grados y construye una tabla que te permita concluir que: $\lim_{\theta \rightarrow 0^\circ} \frac{\text{sen}(\theta)}{\theta} = 0.017453292$. ¿Por qué no da 1? ¿Qué es ese extraño valor? Explica.

3. La fórmula de "adición" de la tangente es: $\tan(x+h) = \frac{\tan(x)+\tan(h)}{1-\tan(x)\tan(h)}$. Usa esta fórmula, la definición de derivada y límites trigonométricos para obtener directamente que: $\tan'(x) = \text{sec}^2(x)$ si x no es un múltiplo entero de $\frac{\pi}{2}$.

4. Prueba que $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{\text{sen}(x)}{x} & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$ es diferenciable en $x_0 = 0$ y que $f'(0) = 0$. (Usa la definición de derivada y el teorema del sándwich. Recuerda que: $\cos(x) \leq \frac{\text{sen}(x)}{x} \leq \frac{1}{\cos(x)}$ si $|x| < \frac{\pi}{2}$).

5. Calcula:

a) $(\cos(\text{sen}(x^2+x)))'(0)$

b) $f'(0)$ si $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ x^{\frac{3}{4}} \text{sen}(\frac{1}{x}) & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$

c) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{\pi}} \frac{\cos(x^2)+1}{x-\sqrt{\pi}}$ (Identifica la derivada).