

Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 5 - Aplicaciones del TVI

Primavera 2018 - ITAM

1. Sea $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Supón que $f(0) = 1$, $f(\frac{1}{2}) = 3$ y $f(1) = 2$. Usa el TVI para probar que existen al menos dos valores c_1 y c_2 en $[0, 1]$ tales que: $f(c_i) = \frac{5}{2}$ ($i = 1, 2$).
2. Prueba que existe un número $c \in \mathbb{R}$ tal que:
 - a) $c^{2018} + \frac{2018}{1+c^2} = 1011$
 - b) $\text{sen}(c) = c - 1$
 - c) $\text{sen}^2(c) + \text{sen}(c) - 1 = 0$(Puedes suponer que $y = \text{sen}(x)$ es una función continua).
3. Sea $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ continua y $g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ continua también. Supón que $g(0) = 0$ y $g(1) = 1$ (ó $g(0) = 1$ y $g(1) = 0$). Prueba que $\exists c \in [0, 1]$ tal que: $f(c) = g(c)$ (2 casos).
4. Sea $n \geq 2$ dado y $f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^n$. Prueba que f tiene un raíz si y solo si n es impar. (Sugerencia: prueba antes que: $f(x)(1 - x) = 1 - x^{n+1}$).
5. Prueba: si $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ son continuas, $f(x) \neq 0 \quad \forall x \in [a, b]$ y $f^2(x) = g^2(x) \quad \forall x \in [a, b]$ entonces $f(x) = g(x)$ ó $f(x) = -g(x) \quad \forall x \in [a, b]$. (Observa que: $f^2(x) - g^2(x) = (f(x) - g(x))(f(x) + g(x)) \quad \forall x \in [a, b]$).