Cálculo Diferencial e Integral 1

Laboratorio 8 - Derivadas y regla de la cadena

Primavera 2017 - ITAM

1. Sea f diferenciable en 0 y tal que $f'(0) = f(0) = 0$. Prueba que existe g continua en 0 tal que: $f(x) = xg(x) \ \ \forall x$.
   (Sugerencia: Define $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x} & si \quad x \neq 0 \\ 0 & si \quad x = 0 \end{cases}$.
   Prueba que g es continua en 0).

2. Determina las coordenadas del punto $Q_0 \neq P_0$ que resulta de intersectar la recta *normal* a la gráfica de $f(x) = \frac{1}{x}$ a través de: $P_0 = (2, f(2))$ y la gráfica de f. (Sol: $Q_0 = (\frac{-1}{8}, -8)$)

3. Supón que u, v y w son funciones que satisfacen $u(0) = 1$, $u'(0) = 2$, $v(1) = 3$, $v'(1) = 4$, $w(0) = 5$ y $w'(0) = 6$. Calcula:

   (a)
   $$\left(\frac{v \circ u^2}{w}\right)'(0)$$

   (b)
   $$\left(\left(v^2 \circ u\right) w\right)'(0)$$

   (c)
   $$\left(v \circ \left(\frac{w}{5u}\right)\right)'(0)$$

4. Supón que $F = f^2 \circ g \circ h$ y que $h(1) = 2$, $h'(1) = 3$, $g(2) = 4$, $f(4) = 5$ y $f'(4) = 6$. Supón que $F'(1) = 180$. Determina el valor de $g'(2)$.

5. Obtén una fórmula para $(fg)'$, $(fg)''$ y en general $(fg)^{(n)}$.
   (Puedes suponer que f y g admiten las derivadas necesarias).