

Cálculo Diferencial e Integral 1

Laboratorio 7 - El límite trigonométrico básico y algunas consecuencias

Primavera 2017 - ITAM

1. Calcula los siguientes límites:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(ax)}{bx} \quad (b \neq 0)$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sec(x)}{\tan(x)}$$

(c)

$$\lim_{w \rightarrow 0} \frac{\sin(w^2 + w)}{w}$$

(d)

$$\lim_{w \rightarrow 0} \frac{\tan(2w)}{3w + 4w^2}$$

(e)

$$\lim_{z \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan(z) - 1}{z - \frac{\pi}{4}}$$

(f)

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\sec(z) - 1}{\tan^2(z)}$$

2. Pon tu calculadora en modo de grados y construye una tabla que te permita concluir que: $\lim_{\theta \rightarrow 0^\circ} \frac{\sin(\theta)}{\theta} = 0.017453292$

¿Por qué no da 1? ¿Qué es extraño valor? Explica.

3. La fórmula de "adición" de tan es: $\tan x + h = \frac{\tan(x) + \tan(h)}{1 - \tan(x)\tan(h)}$

Usa esta fórmula, la definición de derivada y límites trigonométricos para obtener directamente que: $\tan'(x) = \sec^2(x)$ si x no es un múltiplo entero de $\frac{\pi}{2}$.

4. Prueba que $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{\sin(x)}{x} & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$ es diferenciable en $x_0 = 0$ y que $f'(0) = 0$ (Usa la definición de derivada y el teorema del sandwich. Recuerda que: $\cos(x) \leq \frac{\sin(x)}{x} \leq \frac{1}{\cos(x)}$ si $|x| < \frac{\pi}{2}$).

5. Calcula:

(a)
$$(\cos(\sin(x^2 + x)))'(0)$$

(b)
$$f'(0) \text{ si } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ x^{\frac{4}{3}} \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$$

(c)
$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{\pi}} \frac{\cos(x^2) + 1}{x - \sqrt{\pi}}$$

(Identifica la derivada).