

# Cálculo Diferencial e Integral 1

## Laboratorio 5 - Límites (Tercera Parte)

Primavera 2017 - ITAM

1. Utiliza la definición formal de límite para probar que:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow x_0} mx + b = mx_0 + b \quad (m, b \in \mathbb{R})$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{2x + 1} = 3$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x - 5} = 12$$

(d)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{9 - 3x} = 0$$

(e)

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1 \quad \text{si} \quad f(x) = \begin{cases} -3x + 2 & \text{si } x \in (-\infty, 1) \\ 4x^2 - 5 & \text{si } x \in (1, \infty) \end{cases}$$

2. (Límites infinitos y límites al infinito)

Prueba formalmente que:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x^2 - 1} = \infty$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = \infty \quad \text{si} \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x^2 + 1} = 0$$

3. Enuncia la definición formal del límite correspondiente a las siguientes afirmaciones; exhibe un ejemplo concreto y pruébalo rigurosamente:

(a)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$