Cálculo Diferencial e Integral 1

Laboratorio 12 - Diferenciación implícita y tasas relacionadas

Primavera 2017 - ITAM

1. (a) Determina los puntos de intersección de las curvas: $x^2 + y^2 = 1$ y $x^2 - xy + y^2 = 1$ y prueba que las curvas son tangentes en esos puntos.

   (b) Igual que en el inciso anterior pero ahora con las curvas: $x^2 + y^2 = 2$ y $x^2 + xy + y^2 = 1$. Dibuja las curvas de los dos incisos.

2. Obtén la ecuación de la recta tangente y la recta normal a la curva: $(x^2 + y^2)^2 = 2xy$ a través de $P_0 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ y $P_1 = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$
   (Antes verifica que P_0 y P_1 pertenecen a la curva).

3. Determina los dos puntos de intersección de las curvas: $2x^2 + 3y^2 = 5$ y $y^2 = x^3$ y comprueba que las curvas son perpendiculares (ortogonales) en esos puntos.

4. Obtén $\frac{d^2y}{dx^2}$ en el punto P_0 sobre la curva si:

   (a) $x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} = 8$ y $P_0 = (8, 8)$

   (b) $xy + y^2 = 1$ y $P_0 = (1, -1)$

5. Una partícula se mueve sobre la gráfica de la curva $4y = x^2 + x$. Determina el punto P_0 sobre la curva de tal modo que $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{P_0} = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{P_0}$.

6. Una partícula se mueve sobre la gráfica de la curva $y = x^2$ de tal modo que: $\left(\frac{dx}{dt}\right) = -2\ {}^{cm}/_{s}$.

   (a) Obtén $\left(\frac{dy}{dt}\right)$ en el instante en el que la partícula pasa por $P_0 = (4, 16)$.

   (b) Si D es la distancia de $P = (x, x^2)$ al origen O, obtén: $\left(\frac{dD}{dt}\right)_{P_0}$.
   ¿Se acerca o se aleja al origen la partícula?

   (c) Si θ es el ángulo que forma el segmento $\overline{OP}$ y al eje x.
   Determina como cambia θ con respecto a t cuando la partícula pasa por P_0 (θ medido en radianes). (Sugerencia: Usa $tan(\theta)$).

7. Dos barcos parten del mismo puerto. El barco "A" se dirige al este (E) a una velocidad de $\sqrt{8}$ nudos por hora y el barco "B" se dirige al noreste (NE) a una velocidad de 8 nudos por hora y sale 15 minutos después. Determina:

(a) La distancia D entre los barcos después de una hora desde la salida del barco "A" (Dibuja y usa la ley de los cosenos).

(b) $\left(\frac{dD}{dt}\right)$ cuando $t = 1$ hora.