

Cálculo Diferencial e Integral I
Departamento de Matemáticas, ITAM
Segundo Examen Departamental
Primavera 2016



Nombre y cu: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	Total

.....

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas
Usa el reverso de cada hoja si es necesario
Tiempo: 2:00 horas

.....

1. [1.0 ptos.] Calcula el límite

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\theta \cot(4\theta)}{\operatorname{sen}^2(\theta) \cot^2(2\theta)}.$$

2. Calcula según se indica. No es necesario simplificar.

a) [0.5 ptos.] Derivada de $y = \sqrt{1 - \cos^2(x^2 - 3x)}$.

b) [0.5 ptos.] Derivada de $y = \operatorname{sen}^5\left(\pi^3 + \frac{1}{x^2}\right)$.

c) [0.5 ptos.] Derivada de $y = \frac{4 - x^2}{\tan x}$.

d) [0.5 ptos.] Vigésima tercera derivada de $y = \cos(2x)$.

3. [1.0 ptos.] Con la definición de derivada calcula $\frac{dy}{dx}$ en $x = a$ si $y = \frac{1}{\sqrt{3x-2}}$.

4. a) [0.5 ptos.] Enuncia el teorema de Rolle.
b) [1.0 ptos.] Demuestra que la ecuación

$$x^4 + 2x^2 - 6x + 2 = 0$$

tiene exactamente dos soluciones.

5. Para la función $g(x) = |x^2 + 4x - 12|$ con x en el intervalo $[-7, 3]$. Determina
- a) [0.4 pts.] todos los puntos críticos de g en el intervalo $(-7, 3)$.
 - b) [0.6 pts.] el valor máximo y el valor mínimo de g en el intervalo $[-7, 3]$.

6. [1.0 ptos.] Usa diferenciación implícita para demostrar que la hipérbola $x^2 - 4xy + y^2 = 9$ no tiene rectas tangentes horizontales.

7. Considera la función $h(x) = \cos^2(x) + \operatorname{sen}(x)$ con dominio el intervalo $(0, \pi)$.

a) [0.5 pts.] Determina los puntos críticos de h en el intervalo dado.

Sugerencia: $\operatorname{sen}(\pi/6) = \operatorname{sen}(5\pi/6) = 1/2$.

b) [0.8 pts.] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de h en el intervalo dado.

8. Supón que a , b y c , son tres números reales distintos y que p es el promedio de a , b y c . Sea $f(x) = (x - a)(x - b)(x - c)$.

a) [1.0 ptos.] Prueba que f es cóncava (\frown) en el intervalo $(-\infty, p)$ y convexa (\smile) en el intervalo (p, ∞) .

b) [0.2 ptos.] Determina, si los hay, los puntos de inflexión de f .

Hoja extra