

Cálculo Diferencial e Integral I
Departamento de Matemáticas, ITAM
Segundo Examen Departamental
Otoño 2015



Nombre y cu: _____

1a	1b	1c	1d	2	3	4	5a	5b	6a	6b	7	Total

.....

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas
Usa el reverso de cada hoja si es necesario
Tiempo: 2:00 horas

.....

1. Calcula según se indica.

a) [0.5 ptos.] $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\text{sen}(x^2 + 3x + 2)}{x + 1}$.

b) [0.5 ptos.] Derivada de $y = \tan^2 \left(\sqrt{\theta} + \frac{1}{\sqrt{\theta}} \right)$.

c) [0.5 ptos.] Derivada de $y = \text{sen}(t^2) \cdot (\cos^2(2t^2 - 1))$.

d) [0.5 ptos.] $\left(\frac{f}{g^2 + g \circ f}\right)'(1)$ si $f(1) = 1$, $f'(1) = 1$, $g(1) = 2$ y $g'(1) = 4$.

2. [1.2 ptos.] Verifica que el punto $(1, -1)$ esta en las curvas $2x^2 + 3y^2 = 5$ y $y^2 = x^3$. A continuación demuestra que las curvas son ortogonales en $(1, -1)$ y da las ecuaciones de las correspondientes rectas tangentes.

3. [1 pto.] Usa la definición de derivada para calcular $f'(4)$ si $f(x) = \sqrt{2 + \sqrt{x}}$.

4. [1.3 pts.] Calcula los valores máximo y mínimo de la función $g(x) = |x + 1| - 3\sqrt[3]{x}$ en el intervalo $[-1, 8]$. Indica claramente cuál es el principio que garantiza la existencia de los valores extremos.

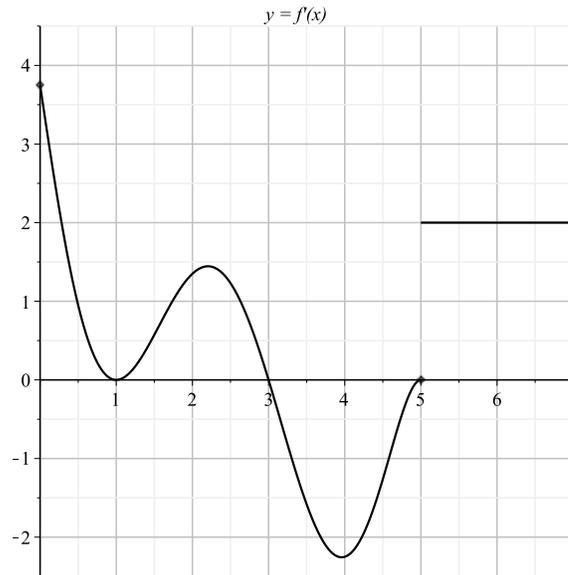
5. Supón que f es una función que es continua en el intervalo $[a, b]$ y que es diferenciable en el intervalo (a, b) . Además, supón que para todo x en el intervalo (a, b) , $f'(x) \neq 0$.
- a) [0.7 pts.] Prueba que si c y d son puntos distintos en el intervalo $[a, b]$ entonces $f(c) \neq f(d)$.
 - b) [0.8 pts.] Prueba que si $f(a)f(b) < 0$ entonces f tiene una *única* raíz (cero) en el intervalo (a, b) .

6. a) [0.5 pts.] Enuncia el teorema del valor medio.
- b) [1.0 pts.] Utiliza el teorema del valor medio para demostrar que si x, y son números reales tales que $0 < x < y$ entonces

$$\sqrt{y} - \sqrt{x} < \frac{y - x}{2\sqrt{x}}.$$

No se da crédito si tu demostración no usa el TVM.

7. [1.5 ptos.] Abajo tienes la gráfica de la *derivada*, f' , de una función f .



Determina, justificando adecuadamente,

- los intervalos donde f es estrictamente creciente o estrictamente decreciente.
- los intervalos donde f es convexa (\cup) o cóncava (\cap).
- los puntos críticos y extremos locales de f .
- los puntos de inflexión de f .
- Ház una posible gráfica para f que sea en particular *continua*. Tu gráfica, además de bien etiquetada, debe exhibir *claramente* los atributos que decides en los incisos anteriores.

Hoja extra