

Cálculo Diferencial e Integral I
Departamento de Matemáticas, ITAM
Primer Examen Departamental
Primavera 2016



Nombre y cu: _____

1	2	3a	3b	3c	3d	4	5	6a	6b	Total

.....

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas
Usa el reverso de cada hoja si es necesario
Tiempo: 2:00 horas

.....

1. [1.2 ptos.] Determina el dominio de la función h si se sabe que $h(x) = g\left(\frac{1}{x^2 - x}\right)$ y el dominio de la función g es el intervalo $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$.

2. [1 pto.] Supón que f y g son funciones para las cuales

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + 2g(x)) = A \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x)} = B.$$

Usa propiedades de límites para demostrar que $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ existe.

3. Calcula los siguientes límites si existen. En caso negativo determina si los límites laterales existen (finitos o infinitos). ¡Justifica donde sea apropiado!

a) [1 pto.] $\lim_{t \rightarrow -1} \frac{t^2 + 3t + 2}{t^2 - t - 2}$.

b) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 3}{x^2 - 4}$.

c) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x(x+1)} - |x|)$.

d) [1 pto.] $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^4 - 81}{|t^2 - 9|}$.

4. [1 pto.] Se sabe que si $x \neq 0$ entonces

$$\frac{1}{x} - 1 < \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \leq \frac{1}{x}$$

donde $\lfloor x \rfloor$ denota el mayor entero menor o igual a x (función piso). Con esta información ¿es posible determinar si el límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor$$

existe y, en este caso, su valor?

5. [1.3 ptos.] Usa la definición ε - δ para demostrar que la función $f(x) = \frac{1}{2x - 1}$ es continua en $a = 1$.

6. a) [0.5 ptos.] Enuncia el teorema del valor intermedio.

b) [1 pto.] Prueba que si $f(x) = \frac{x^2}{x^7 + 1}$ entonces hay un número c tal que

$$f(c) = \frac{2}{5}.$$

Hoja extra