

Cálculo Diferencial e Integral I
Departamento de Matemáticas, ITAM
Primer Examen Departamental
Otoño 2015



Nombre y cu: _____

1a	1b	1c	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4	5	Total

POR FAVOR MARCA LAS CASILLAS QUE CORRESPONDAN EN LA SIGUIENTE ENCUESTA

	SI	NO
Llevaste el curso Introducción a las Matemáticas Superiores	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Entraste al ITAM por pase automático	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Hiciste examen de admisión al ITAM	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

.....

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas
Usa el reverso de cada hoja si es necesario
Tiempo: 2:00 horas

.....

1. Supón que f y g son funciones reales de variable real.

a) [0.5 ptos.] Escribe con cuidado la definición de dominio de la composición de funciones $(f \circ g)$.

b) [0.5 ptos.] Si $f(x) = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2}$ y $g(x) = x + 2$, determina usando la definición del inciso anterior $\text{Dom}(f \circ g)$.

c) [0.5 ptos.] Si f y g son como en el inciso anterior calcula

$$\left\{ x \in \mathbb{R} : x \in \text{Dom}(f \circ g) \text{ y } |(f \circ g)(x)| \leq \frac{1}{4} \right\}$$

2. Calcula los siguientes límites si existen. En caso negativo determina si los límites laterales existen (finitos o infinitos). ¡Justifica donde sea apropiado!

a) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{10x-1} - 3}{1 - \sqrt{2x-1}}$.

b) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x) - 1}{x}$.

c) [1 pto.] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{-x+1} - \sqrt{-x-1}}{\sqrt{-x}}$.

d) [1 pto.] Determina algún valor de a tal que $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{a}{x^2-1} \right)$ existe y es finito (justifica). Explica porqué para $a = -1$ el límite no existe.

3. a) [0.5 ptos.] Escribe la definición formal ($\varepsilon - \delta$) de $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$.
- b) [1.5 ptos.] Usa la definición $\varepsilon - \delta$ de límite para demostrar que

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x + 1}{2x} = 2.$$

4. [1.2 ptos.] Supón que f es una función tal que para todo x en \mathbb{R} ,

$$4x - |3x - 3| \leq f(x) \leq 4x + |3x - 3|.$$

Prueba que $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ existe. **Describe** con claridad y detalle **todas** las propiedades usadas en el cálculo de cualquier límite involucrado. **Grafica** un posible escenario de este problema. **Etiqueta** todos los elementos relevantes de tu gráfica.

5. [1.3 ptos.] Sean k y m números reales y h la función

$$h(x) = \begin{cases} 2x^3 + x + 7, & \text{si } x \leq -1. \\ m(x + 1) + k, & \text{si } -1 < x \leq 2. \\ x^2 + 5, & \text{si } x > 2; \end{cases}$$

Determina, si los hay, **todos** los valores de las constantes k y m que hacen a la función h continua en **cada punto** de su dominio.

Hoja extra