

Cálculo Diferencial e Integral 1

Laboratorio 9

El Teorema del Valor Medio de Lagrange

Otoño 2017 - ITAM

1. Supón que $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ es continua en $[a, b]$ y diferenciable en (a, b) . Si $f'(c) \neq 0 \forall c \in (a, b)$ entonces:

a) f es inyectiva ($x \neq x' \implies f(x) \neq f(x')$).

b) Si $f(a)f(b) < 0$, f tiene una única raíz en (a, b) .

c) Si $f(a) < f(b)$ entonces f es creciente en $[a, b]$

2. Supón que f es continua en $[0, 1]$, diferenciable en $(0, 1)$, $f(0) = 1$ y que $|f'(c)| \leq 2 \forall c \in (0, 1)$. Pruebe que:

$$1 - 2x \leq f(x) \leq 1 + 2x \quad \forall x \in [0, 1]$$

3. Prueba que $|\cos(x) - 1| \leq |x| \forall x \in \mathbb{R}$:

(Sugerencia: Usa el TVM en $[0, x]$ si $x > 0$ y en $[x, 0]$ si $x < 0$)

4. a) Usa el TVM, la función y el intervalo adecuado para probar que:

$$\frac{b-a}{2\sqrt{b}} < \sqrt{b} - \sqrt{a} < \frac{b-a}{2\sqrt{a}} \quad \text{si } 0 < a < b$$

b) Elige a y b adecuados en el inciso anterior para probar que:

$$4 + \frac{1}{5} < \sqrt{18} < 4 + \frac{1}{4}$$

5. Prueba que $|\tan(a) \pm \tan(b)| \geq |a \pm b| \forall a, b \in (-\pi/2, \pi/2)$