

Cálculo Diferencial e Integral 1

Laboratorio 1 - Desigualdades

Otoño 2017 - ITAM

- Supón que $0 < a < b$. Prueba que $0 < \sqrt{a} < \sqrt{b}$ y $0 < a^2 < b^2$.
 - Supón que c y d tienen el mismo signo y que $c < d$. Prueba que $\frac{1}{d} < \frac{1}{c}$. (Considera los dos casos).
- Sean a, b números reales. Prueba que:
 - $\sqrt{a^2 + b^2} \leq |a| + |b|$. ¿Cuándo ocurre la igualdad?
 - $|a - (\frac{a+b}{2})| = |b - (\frac{a+b}{2})|$. Interpreta geoméricamente.
- Obtén el conjunto solución de las siguientes desigualdades:
 - $|x - 3| + |x + 2| < 11$.
 - $||x - 1| - 2| < 3$.
 - $\frac{|x-1|}{2+|x-2|} < \frac{1}{3}$.
 - $|2 + \frac{5}{x}| \geq 1$.
- Supón que $|x| \leq 2$. Prueba que:
 - $\left| \frac{x^2+2x+7}{x^2+1} \right| \leq 15$.
 - $\left| \frac{x-2}{x^2-9} \right| \leq \frac{4}{5}$.
- Supón que: $1 \leq |x - 2| \leq 3$. Determina el mayor valor de A y el menor valor de B tal que: $A \leq |2x - 4| - |x - 4| \leq B$.
(Nota que la hipótesis dice que: $x \in [-1, 1] \cup [3, 5]$).
- Sean $a, b \in \mathbb{R}$. Prueba:
$$||a| - |b|| \leq |a - b|$$

¿Cuándo se da la igualdad?