Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 10 - Valores extremos

Otoño 2017 - ITAM

1. Determina todos los puntos $x \in Dom(f)$ donde $f'(x)$ no existe y donde $f'(x) > 0$, $f('x) < 0$ o $f'(x) = 0$ si:

   a) $f(x) = 1 - x^{\frac{2}{3}}$

   b) $f(x) = |x^2 - 3x + 3|$

   c) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

2. Determina las coordenadas de todos los puntos críticos de cada función en el intervalo dado:

   a) $f(x) = 2x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{4}{3}}; \qquad [-8, 27].$

   b) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}; \qquad [-1, 1].$

   c) $f(x) = |x^3 - 3x|; \qquad [-2, 2).$

   d) $f(x) = |x + sen(x)|; \qquad [-2\pi, 4\pi].$

   e) $f(x) = sen(x) + \sqrt{3}cos(x); \qquad [-\frac{\pi}{2}, \pi]$ (Nota que $tan(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$).

3. Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continua en $[a, b]$ y diferenciable en (a, b). Supón que $f'(a) = A$, y $f'(b) = B$ con $A < B$. Sea $C \in (A, B)$ entonces existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = C$ (Teorema de G. Darboux).
   (Sugerencia: Sea $g : [a, b] \to \mathbb{R}$ definida por: $g(x) = f(x) - C(x - a)$. Como g es continua, g alcanza su valor mínimo en $[a, b]$. Nota que g es diferenciable y $g'(a) < 0$ y $g'(b) > 0$ por lo que el valor mínimo debe alcanzarse en un punto interior $c \in (a, b)$).

4. Traza con cuidado la gráfica de cada una de las funciones del ejercicio 1.