

Matemáticas II

Ejercicios: Vectores

- Sean $\mathbf{a} = (4, -1, 2)$ y $\mathbf{b} = (3, 2, -1)$. Calcula $\mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\mathbf{a} - \mathbf{b}$, $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ y $3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$.
- Si $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ y $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ (en \mathbb{R}^2), dibuja los vectores de posición de \mathbf{a} , \mathbf{b} , $\mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\mathbf{a} - \mathbf{b}$, $2\mathbf{a}$ y $-3\mathbf{b}$.
- Considera los puntos $A(2, 3)$ y $B(4, 1)$.
 - Encuentra el punto medio de AB .
 - Encuentra el vector en \mathbb{R}^2 correspondiente a \overrightarrow{AB} .
- Sean $\mathbf{a} = (1, -2, 4)$ y $\mathbf{b} = (2, 1, 0)$. Determina $\|\mathbf{a}\|$, $\|\mathbf{b}\|$, $\|\mathbf{a} + \mathbf{b}\|$, $\|\mathbf{a} - \mathbf{b}\|$, $\|2\mathbf{a}\|$.
- Sea $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$. Encuentra un vector unitario en la misma dirección que \mathbf{a} y otro en dirección opuesta a \mathbf{a} .
- Encuentra un vector que tenga la misma dirección que $(4, 1, -3)$ y el doble de su magnitud.
- Encuentra un vector que tenga dirección opuesta a $(3, -2, 5)$ y la mitad de su magnitud.
- Utiliza vectores para calcular el perímetro del triángulo con vértices $A(1, 1)$, $B(5, 2)$, $C(2, 4)$.
- Sean $\mathbf{a} = (-1, 5, 2)$, $\mathbf{b} = (2, -1, 4)$ y $\mathbf{c} = (3, 0, 1)$. Calcula
 - $\mathbf{a} \bullet \mathbf{b}$.
 - $\mathbf{a} \bullet \mathbf{c}$.
 - $\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} + \mathbf{c}$.
 - $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \bullet (\mathbf{b} + \mathbf{c})$.
- Encuentra dos vectores ortogonales a $(1, 1, 1)$ que no sean paralelos.
- Calcula el coseno del ángulo entre $\mathbf{a} = (4, 2, -3)$ y $\mathbf{b} = (5, 0, -2)$.

12. En cada inciso determina si el ángulo formado por \mathbf{a} y \mathbf{b} es agudo, recto u obtuso.
- a) $\mathbf{a} = (1, 3, -2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, 4)$.
 - b) $\mathbf{a} = (6, -2, 1)$, $\mathbf{b} = (2, 7, -3)$.
 - c) $\mathbf{a} = (7, 1, 2)$, $\mathbf{b} = (-1, 3, 4)$.
13. Determina todos los valores de α tales que los vectores $(3\alpha, -1, -1)$ y $(\alpha, 2, 1)$ sean ortogonales.
14. Explica por qué cada una de las siguientes expresiones no tiene sentido.
- a) $\mathbf{a} \bullet (\mathbf{b} \bullet \mathbf{c})$.
 - b) $\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} + \mathbf{c}$.
15. Utiliza vectores para encontrar los ángulos interiores del triángulo con vértices $A(1, 1)$, $B(5, 2)$, $C(2, 4)$.
16. Sean $\mathbf{a} = (3, 1, -4)$ y $\mathbf{b} = (2, 5, -1)$. Calcula $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$.
17. Sean $\mathbf{a} = (-6, 3, 1)$, $\mathbf{b} = (5, 2, -3)$ y $\mathbf{c} = (8, 1, 4)$. Calcula $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ y $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$.
18. Sean $\mathbf{a} = (7, 2, 5)$ y $\mathbf{b} = (-3, 0, 6)$. Determina un vector que sea ortogonal a \mathbf{a} y a \mathbf{b} .
19. Sean $\mathbf{a} = (9, 1, 4)$, $\mathbf{b} = (3, -5, 2)$ y $\mathbf{c} = (-7, 2, 5)$. Calcula $\mathbf{a} \bullet (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$.
20. Describe todos los vectores unitarios ortogonales a los vectores $\mathbf{a} = -5\mathbf{i} + 9\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ y $\mathbf{b} = 7\mathbf{i} + 8\mathbf{j} + 9\mathbf{k}$.