

# Matemáticas II

## Ejercicios: Límites y continuidad

En los ejercicios 1 al 9 calcula el límite indicado o muestra que no existe el límite.

1.

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (4, 2)} \sqrt{\frac{1}{3x - 4y}}.$$

2.

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}.$$

3.

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{x^2 - xy}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}.$$

4.

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (1, 1)} \cos \sqrt[3]{|xy|} - 1.$$

5.

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{y}{x - y}.$$

6.

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{2x}{x^2 + x + y^2}.$$

7.

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (4, 2)} \frac{x^2 - 4y^2}{x - 2y}.$$

8.

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}.$$

9.

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{(xy + 1)^2 - 1}{x^2 + y^2}.$$

10. Calcula

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{xy - 1}{x^3y^3 - 1}.$$

11. Calcula

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,2)} \frac{y \operatorname{sen}(x - 2)}{x^2 - 4}.$$

12. Muestra que no existe

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^4 + y^2}.$$

(Sugerencia: considera las trayectorias  $y = -2x$  y  $y = x^2$ ).

13. Si

$$f(x, y) = \frac{2xy}{x^2 + y^2} \quad \text{si } (x, y) \neq (0, 0)$$

y  $f(0, 0) = 0$ , indica si la función es continua en  $(0, 0)$ . Justifica ampliamente tu respuesta.

14. Si

$$f(x, y) = \sqrt{36 - 4x^2 - 9y^2},$$

indica el conjunto donde la función es continua.

15. Si

$$f(x, y) = \frac{2x^2 - xy - y^2}{x - y} \quad \text{si } x \neq y$$

y  $f(x, x) = g(x)$ . ¿Cómo debe definirse  $g(x)$  para que  $f$  sea continua en  $\mathbb{R}^2$ ?

16. Si

$$f(x, y) = \frac{2x^2 + y^2}{x^2 + y^2} \quad \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \quad \text{y} \quad f(0, 0) = 0.$$

Analiza la continuidad en el origen. Si  $f(x, y)$  es discontinua indica si la discontinuidad es removible o no.