

# Matemáticas II

## Ejercicios: Funciones de varias variables

1. Determina el dominio de la función

$$f(x, y) = \sqrt{y - x}$$

y dibújalo en el plano  $xy$ .

2. Determina el dominio de la función

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{16 - x^2 - y^2}}$$

y dibújalo en el plano  $xy$ .

3. Determina el dominio de la función

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 4)$$

y dibújalo en el plano  $xy$ .

4. Dibuja las curvas de nivel  $c = 0, 1, -1$  correspondientes a la función

$$f(x, y) = \frac{x}{y}$$

5. Considera la función

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{9} - 1}.$$

- a) Determina el dominio de la función y dibújalo en el plano  $xy$ .
- b) Dibuja la curva de nivel  $c = 0$ .

6. Sea  $f(x, y) = 3 - x - y$ .

- a) Encuentra expresiones algebraicas para sus trazas y dibújalas.
- b) Describe las curvas de nivel  $c = 0, 1, 2, 3$ .
- c) Muestra cómo se ve la gráfica de  $f$  en el octante principal.

7. Sea  $f(x, y) = 4 - x^2 - 4y^2$ .
- Encuentra expresiones algebraicas para sus trazas y dibújalas.
  - Describe las curvas de nivel  $c = -2, 4, 8$ .
8. Sea  $f(x, y) = x^2 + 4y^2$ .
- Dibuja la curva de nivel que pasa por el punto  $\mathbf{p}_0 = (2, 1)$ .
  - Encuentra expresiones algebraicas para sus trazas y dibújalas.
9. Sea  $f(x, y) = 3 + \sqrt{25 - x^2 - y^2}$ .
- Encuentra el dominio de  $f$  y dibújalo en el plano  $xy$ .
  - Determina el rango de  $f$ .
  - Describe con precisión tres curvas de nivel de  $f$ : la de nivel más bajo, la del nivel más alto y la de nivel 7.
10. Si
- $$f(x, y) = \frac{y}{x - y}.$$
- Encuentra el dominio de  $f$  y dibújalo en el plano  $xy$ .
  - Determina las ecuaciones de las trazas y gráficas.
  - Dibuja las curvas de nivel  $c = -2, 0, 1/2$ .
11. Si  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} - 3$ .
- Encuentra el dominio y el rango de  $f(x, y)$ .
  - Encuentra las expresiones algebraicas de sus trazas y dibújalas.
  - Dibuja las curvas de nivel  $c = -2, 0, 1$ .
12. Sea  $f(x, y) = \max\{x, y\}$ .
- Encuentra expresiones algebraicas para sus trazas y dibújalas.
  - Describe las curvas de nivel  $c = 0, 1, 2$ .