

SEMINARIO DE MATEMÁTICAS

De las categorías localmente presentables a los morfismos ultrafinitos

A. Violeta García L. (Instituto de Matemáticas de la UNAM)

Abstract

Esta historia comienza con el estudio de las categorías localmente presentables, que son aquellas categorías que contienen un conjunto S de objetos destacados tal que todos los objetos de la categoría están determinados como colímites filtrantes de los elementos de S . Por ejemplo, si S es un conjunto numerable, hablamos de categorías localmente finitamente presentables LFP .

Al rededor de los años 70's Peter Gabriel y Friedrich Ulmer probaron a nivel de 2-categorías que LFP es equivalente a la 2-categoría opuesta de categorías pequeñas con límites finitos y funtores que las preservan, Lex^{op} . A una categoría C con límites finitos, la equipara con su categoría de modelos $Lex(C, Set)$, es decir, la categoría de funtores de C en conjuntos que preservan límites finitos.

Esta equivalencia resulta de la restricción de una adjunción entre la 2-categoría de categorías con límites finitos LEX y la 2-categoría de categorías con límites finitos y colímites filtrantes, LFC .

En el contexto de la lógica categórica, Mihaly Makkai estudia a partir de la dualidad de Gabriel-Ulmer, la posibilidad de equipar a la categoría de modelos de una teoría (de primer orden) con una estructura mediante la que sea posible recuperar la sintaxis de la teoría original. Como primer paso construye un pretopos pequeño P para toda teoría coherente T , tal que la categoría de modelos de T es equivalente a la categoría de funtores elementales de P en conjuntos, llamada $Mod(P)$.

En la dualidad de Gabriel-Ulmer, Makkai sustituye a $LEX(C, Set)$ con $Mod(P)$, y la parte correspondiente a los colímites filtrantes de LFC se resuelve a través de ultracategorías, es decir, categorías y funtores compatibles con la construcción de ultraproductos de modelos sobre algún ultrafiltro.

La idea detrás de los morfismos ultrafinitos es poder recuperar a los funtores ultraproducto a través de categorías de gavillas y con ello preservar la estructura de pretopos.

El objetivo de la plática es presentar una caracterización de morfismos ultrafinitos entre sitios de Grothendieck.

VIERNES 07 DE DICIEMBRE DE 2018, 13.00 H
SALÓN B1, CAMPUS RÍO HONDO