SEMINARIO DE MATEMÁTICAS

Invariante-j Cuántico, Campos de Clase de Hilbert y Curvas Elípticas Cuasicristalinas

T.M. Gendron (Instituto de Matemáticas, Cuernavaca, UNAM)

Abstract

El **invariante-j cuántico** se definió en [1] como una función *multi-valuada* $j^{\mathrm{qt}} : \mathbb{R} \multimap \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ de los números reales, que es *discontinua* y *modular* (es decir, invariante con respeto a la acción proyectiva-lineal del grupo $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Z})$ en $\mathbb{R}$). Si θ es un número cuádratico y real, evidencia experimental (Zagier, Pink) sugiere que $j^{\mathrm{qt}}(\theta)$ es un conjunto de Cantor. La conjetura principal (ver [4]) es que la esperanza multiplicativa de los valores de $j^{\mathrm{qt}}(\theta)$ genera el campo de clase de Hilbert H_K del campo $K = \mathbb{Q}(\theta)$. Así que la conjetura afirmada daría una solución del duodécimo problema de Hilbert [7] para la familia de extensiones cuadráticas reales de $\mathbb{Q}$, análoga al solución dada para extensiones cuadráticas complejas, usando la teoría de multiplicación compleja de curvas elípticas [8]. La conjetura es un teorema para extensiones cuádraticas y reales de $\mathbf{Q} := \mathbb{F}_q(T)$, $\mathbb{F}_q$ el campo finito de q elementos, ver [4]. Damos un bosquejo de la demostración del último y indicamos una estrategia para adaptar la demostración al caso de campos numéricos usando una noción *cuasicristalina* de curva elíptica [6].

14 DE SEPT. DE 2018, 13.00 H, SALÓN B1, ITAM

[1] Castaño Bernard, C. & Gendron, T.M., Modular invariant of quantum tori. *Proc. Lond. Math. Soc.* **109** (2014), Issue 4, 1014–1049.

[2] Demangos, L. & Gendron, T.M., Quantum j-Invariant in Positive Characteristic I: Definitions and Convergence. Arch. Math. **107** (1), 23–35 (2016).

[3] Demangos, L. & Gendron, T.M., Quantum j-Invariant in Positive Characteristic II: Formulas and Values at the Quadratics. Arch. Math. **107** (2), 159–166 (2016).

[4] Demangos, L. & Gendron, T.M., A Solution to the Real Multiplication Program in Positive Characteristic I: Quantum Modular Invariant and Hilbert Class Fields. (2017) arXiv:1607.03027.

[5] Demangos, L. & Gendron, T.M., A Solution to the Real Multiplication Program in Positive Characteristic II: Quantum Drinfeld Modules and Ray Class Fields. (2017) arXiv:1709.05337

[6] Gendron, T.M., Lochak, P. & Leichtnam, E. Courbes Elliptiques Quasicrystallines. en preparación.

[7] Schappacher, N., On the history of Hilbert's 12th problem. A comedy of errors. *Séminaires et Congrè* **3**, Société Mathématique de France, 1998, 243–273.

[8] Silverman, *Advanced Topics in the Arithmetic of Elliptic Curves.* Graduate Texts in Mathematics **151**. Springer-Verlag, New York, 1994.