



# Curso de álgebra moderna con aplicaciones

Edith Vargas García

21 de Noviembre de 2023

# Outline

- 1** **Introducción**
- 2 Grupos
- 3 Retículos [Lattices]
  - Conjuntos Ordenados
- 4 Aplicaciones de los Retículos
  - Análisis Formal de Conceptos

# Outline

- 1 **Introducción**
- 2 **Grupos**
- 3 **Retículos [Lattices]**
  - Conjuntos Ordenados
- 4 **Aplicaciones de los Retículos**
  - Análisis Formal de Conceptos

# Outline

- 1 **Introducción**
- 2 **Grupos**
- 3 **Retículos [Lattices]**
  - Conjuntos Ordenados
- 4 **Aplicaciones de los Retículos**
  - Análisis Formal de Conceptos

# Outline

- 1 **Introducción**
- 2 **Grupos**
- 3 **Retículos [Lattices]**
  - Conjuntos Ordenados
- 4 **Aplicaciones de los Retículos**
  - Análisis Formal de Conceptos

# Presentación del Curso

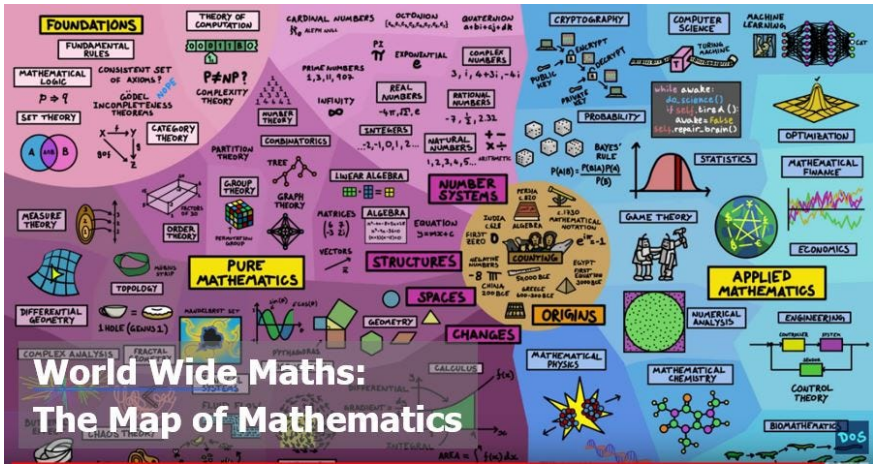
Las materias que son requisito para este curso son:

- **álgebra Superior 1** y
- **álgebra lineal 1.**

## Este curso tiene como propósito

Presentar lo esencial de un primer curso en álgebra moderna, dando un énfasis en la teoría de Grupos. Cuando estudiemos Grupos, la idea principal que trataremos de analizar es la de la simetría.

Además de cubrir con temas de la teoría de grupos y anillos, que generalmente están en un curso de álgebra moderna estándar, daremos una breve introducción (3 clases) a la teoría del orden y retículas.





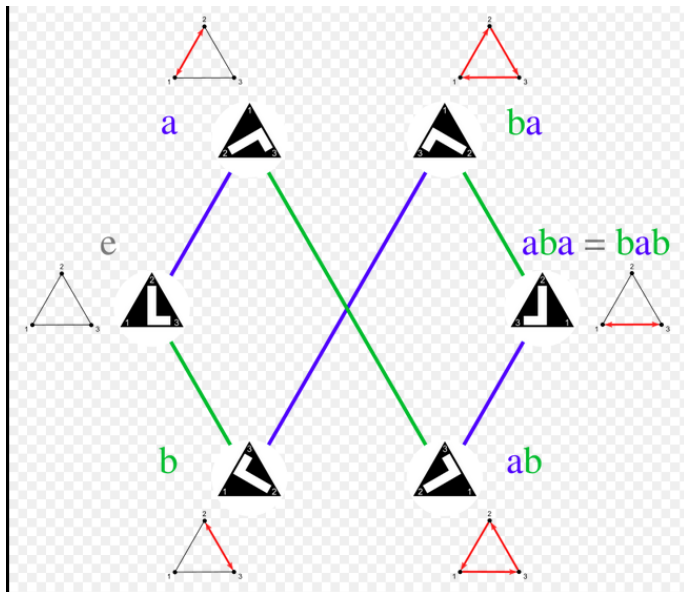


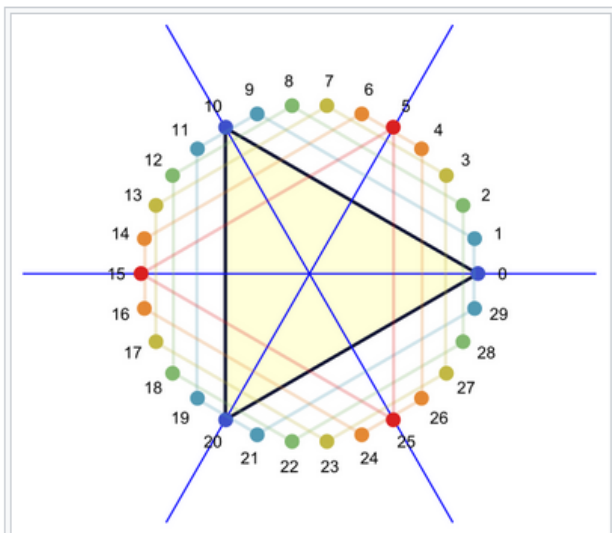
# Algunos de Temas

- Fundamentos: Estructuras Algebraicas definición y ejemplos (de Semigrupos, Monoides, Retículas).
- Teoría de grupos, anillos y campos.
- Introducción a los conjuntos parcialmente ordenados y a sus retículos.
- Así como la introducción al análisis de conceptos formales (eng. Formal Concept Analysis). Éste tema es una forma de derivar una jerarquía de conceptos o una ontología formal a partir de una colección de objetos y sus propiedades.

# Grupo $Sym_3$

*	<i>id</i>	(12)	(23)	(13)	(123)	(132)
<i>id</i>	<i>id</i>	(12)	(23)	(13)	(123)	(132)
(12)	(12)	<i>id</i>	(123)	(132)	(23)	(13)
(23)	(23)	(132)	<i>id</i>	(123)	(13)	(12)
(13)	(13)	(123)	(132)	<i>id</i>	(12)	(23)
(123)	(123)	(13)	(12)	(23)	(132)	<i>id</i>
(132)	(132)	(23)	(13)	(12)	<i>id</i>	(123)





The orbits of 30 evenly spaced points on a circle under  $D_3$

<https://docs.gap-system.org/doc/ref/chap39.html>

# Ordenes

- $0 < 1$  y  $1 < 10^{23}$
- Los planetas en orden de distancia desde el Sol son:  

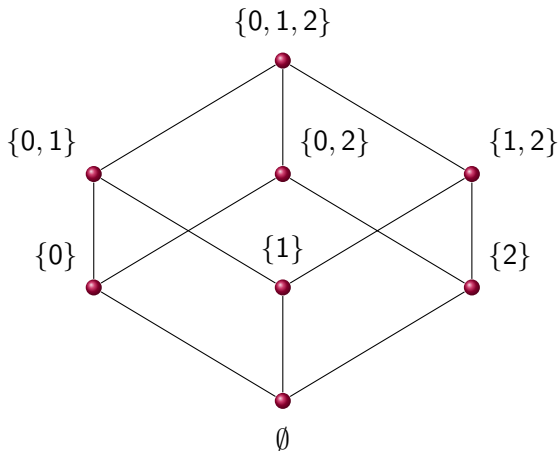
Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, . . . , Neptuno.
- Ninguno de los conjuntos  $\{1, 2, 4\}$  y  $\{2, 3, 5\}$  es subconjunto uno del otro, pero  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  contiene a ambos.

Un **Orden** es una relación binaria sobre un conjunto de objetos.

- ①  $(\mathbb{P}(X), \leq)$  donde  $A, B \in \mathbb{P}(X) : A \leq B \iff A \subseteq B$
- ② El conjunto de todos los subgrupos de un grupo  $G$
- ③  $(\{0, 1, 2, \dots, n-1\}, <)$  con el orden  $0 < 1 < 2 < \dots < n-1$ .

# Diagrama del conjunto potencia sobre $\{0, 1, 2\}$ ordenado por inclusión.

Sea  $\mathbb{P} = (\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}), \subseteq)$ , su diagrama es



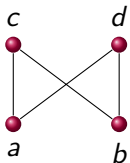


## Definition

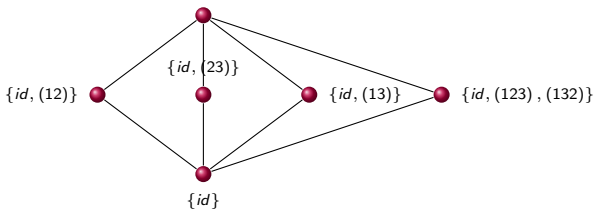
$\mathbb{P}$  es un conjunto no vacío parcialmente ordenado

- $\mathbb{P}$  es un **Retículo** :  $\iff x \vee y$  &  $x \wedge y$  existe, para toda  $x, y \in \mathbb{P}$ .
- $\mathbb{P}$  es un **Retículo completo** :  $\iff \bigvee S$  &  $\bigwedge S$  existe para todo  $S \subseteq \mathbb{P}$

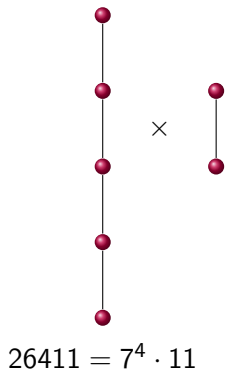
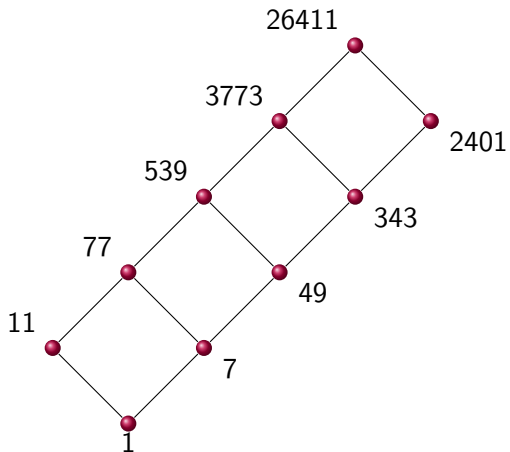
## Ejemplos



$a \vee b$  no existe



## Ejemplos



# Análisis Formal de Conceptos

**Contextos Formales**, son tablas de datos que se representan mediante relaciones binarias entre objetos y atributos, de esta forma "el objeto g tiene el atributo m."

## Example

	pequeño	mediano	grande	cerca del Sol	lejos del Sol	Luna	Sin Luna
Mercurio	x			x			x
Venus	x			x			x
Tierra	x			x		x	
Marte	x			x		x	
Júpiter			x		x	x	
Saturno			x		x	x	
Urano		x			x	x	
Neptuno		x			x	x	

Concept Explorer

Files

Update: Clear dependent

Document

▼ EjemploPlanetasSMM201

- Context
- Lattice 1
- Lattice 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Mercurio		pequeño	mediano	grande	Cerca Sol	Lejos Sol	Luna	No Luna
Venus		×			×			×
Tierra		×						
Marte		×			×			
Júpiter				×			×	
Saturno				×		×	×	
Urano			×			×	×	
Neptuno			×			×	×	

Parameter Value

Show arrow rel...	don't show
Compressed	<input type="checkbox"/>
Object count	8
Attribute count	7

Context Editor | Lattice line diagram | Implication sets | Association Rules

Concept Explorer

Files

Update: Clear dependent

Document

EjemploPlanetasSMM201

Context

Lattice 1

Layout options

Drawing options

Parameter	Value
Attribs	Show mult-Hab...
Objects	Show mult-Hab...
Layout	Minimal inters...
Draw node	~ to own obje...
Draw edge	One pixel
Highlight	Filter & Ideal
Label font size	12
Grid Size X	80
Grid Size Y	60
Node radius	12
Show collisions	<input checked="" type="checkbox"/>

```

graph TD
    Luna --> LejosSol[Lejos Sol]
    Luna --> CercaSol[Cerca Sol pequeño]
    LejosSol --> mediano
    LejosSol --> grande
    CercaSol --> NoLuna[No Luna]
    CercaSol --> MarteTierra[Marte Tierra]
    mediano --> Neptuno
    mediano --> Urano
    grande --> Saturno
    grande --> Júpiter
    NoLuna --> Venus
    NoLuna --> Mercurio
  
```

Name	Is selected
pequeño	<input checked="" type="checkbox"/>
mediano	<input checked="" type="checkbox"/>
grande	<input checked="" type="checkbox"/>
Cerca Sol	<input checked="" type="checkbox"/>
Lejos Sol	<input checked="" type="checkbox"/>
Luna	<input checked="" type="checkbox"/>
No Luna	<input checked="" type="checkbox"/>

Select all attributes

Name	Is selected
Mercurio	<input checked="" type="checkbox"/>
Venus	<input checked="" type="checkbox"/>
Tierra	<input checked="" type="checkbox"/>
Marte	<input checked="" type="checkbox"/>
Júpiter	<input checked="" type="checkbox"/>
Saturno	<input checked="" type="checkbox"/>
Urano	<input checked="" type="checkbox"/>
Neptuno	<input checked="" type="checkbox"/>

Select all objects

Context Editor Lattice line diagram

Concept Explorer

Files Help

Update: Clear dependent

Document

EjemploPlanetasSMM2018.c  
 Context  
 Implications

1 < 4 > pequeño ==> Cerca Sol;  
 2 < 2 > mediano ==> Lejos Sol Luna;  
 3 < 2 > grande ==> Lejos Sol Luna;  
 4 < 4 > Cerca Sol ==> pequeño;  
 5 < 4 > Lejos Sol ==> Luna;  
 6 < 2 > No Luna ==> pequeño Cerca Sol;  
 7 < 0 > pequeño Cerca Sol Luna No Luna ==> mediano grande Lejos Sol;  
 8 < 0 > mediano grande Lejos Sol Luna ==> pequeño Cerca Sol No Luna;  
 9 < 0 > pequeño Cerca Sol Lejos Sol Luna ==> mediano grande No Luna;

Context Editor Implication sets

Gracias :)